Physique

OPTIQUE ONDULATOIRE

EXERCICE D' ORAL

-EXERCICE 30bis.2-

· ENONCE : « Modulateur linéaire à effet Kerr »

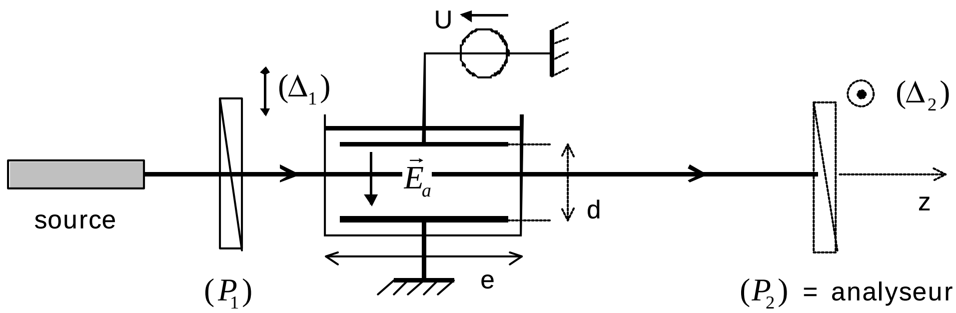
• Un champ électrique appliqué à une substance isotrope peut la rendre anisotrope, et lui communiquer des propriétés de biréfringence : c'est le cas des cellules à effet Kerr.

• L'indice suivant la direction du champ appliqué $\vec{E}_a$ est extraordinaire (n_E), et est ordinaire (n_O) selon une direction perpendiculaire.

• Kerr a établi que : $\boxed{n_E - n_O = k\, l_0 E_a^2}$

où l_0 = longueur d'onde du faisceau incident, et k = constant de Kerr

• On considère le montage suivant :



♦ la source émet une onde plane, monochromatique, de longueur d'onde l_0

♦ (P_1) et (P_2) sont deux polariseurs **croisés**, (Δ_1) et (Δ_2) représentant leurs directions de polarisation respectives

♦ on considère que $e \gg d$, de sorte que le champ $\vec{E}_a$ est considéré comme uniforme entre les plaques métalliques soumises à la tension U

1) Exprimer le déphasage j introduit par la cuve entre les rayons extraordinaire et ordinaire, en fonction de k,e,d et U **.**

2) Pour le nitrobenzène (substance toxique), la constante k vaut $3{,}84.10^{-12}\,mV^{-2}$; avec $e = 2cm$ et $d = 1cm$, calculer la tension U_1 permettant d'obtenir une lame demi-onde. Conclure quant aux inconvénients d'une telle cellule.

3) Un modulateur de lumière à effet Kerr est réalisé en orientant le champ appliqué $\vec{E}_a$ **à 45° des directions** (Δ_1) et (Δ_2) : déterminer les composantes du champ électrique $\vec{E}_1$ du faisceau lumineux en sortie du polariseur (P_1) (on pourra prendre pour axe Ox la direction du champ appliqué $\vec{E}_a$, l'axe Oy lui étant perpendiculaire). En déduire celles du

champ $\vec{E}_2$ après la cellule à effet Kerr, puis celles du champ électrique $\vec{E}_3$ en sortie de l'analyseur (P_2) .

4) Exprimer l'intensité lumineuse $I_3 = a\left\langle E_3^2 \right\rangle_t$ en fonction de $I_1 = a\left\langle E_1^2 \right\rangle_t$ et de j , puis en fonction de I_1, U et U_1 ($\left\langle ... \right\rangle_t$ représente la valeur moyenne temporelle de la grandeur considérée).

5) $U(t)$ est une tension variable qui s'écrit : $U(t) = U_0 + u(t)$, avec $|u(t)| \ll U_0$, où U_0 est la valeur de U pour laquelle la pente de la courbe $I_3(U)$ est maximale ; montrer qu'au premier ordre, on peut écrire : $\boxed{I_3(t) \simeq \frac{I_1}{2}\left(1 - p \times \frac{u(t)}{U_0}\right)}$

En déduire le rôle du montage.

Montrer que cette cellule permet également de fabriquer des **obturateurs**.

· **CORRIGE :** «Modulateur linéaire à effet Kerr »

1) Le déphasage introduit par la cuve s'écrit : $\varphi = \dfrac{2\pi}{\lambda_0}(n_E - n_O)e = 2\pi k E_a^2 e$

Or, le champ appliqué étant uniforme, il vient : $E_a = \dfrac{U}{d} \Rightarrow$ $\boxed{\varphi = 2\pi k e\left(\dfrac{U}{d}\right)^2}$

2) Une lame demi-onde est caractérisée par $\varphi = \pi \Rightarrow$ $\boxed{U_1 = \dfrac{d}{\sqrt{2ke}}}$ A.N : $\boxed{U_1 = 25{,}5kV}$

Rq : ce type de cellule utilise un matériau toxique et nécessite des tensions élevées.

3) Le champ $\vec{E}_1$ est parallèle à l'axe (Δ_1), lui-même à 45° du champ appliqué $\vec{E}_a$ définissant l'axe Ox $\Rightarrow$ le champ $\vec{E}_1$ est également à 45° de l'axe Oy $\Rightarrow$ sur la base (Ox,Oy), on a :

$$\boxed{\vec{E}_1 = \frac{E_0}{\sqrt{2}}\cos(\omega t - kz)\vec{e}_x + \frac{E_0}{\sqrt{2}}\cos(\omega t - kz)\vec{e}_y}$$

• En tenant compte d'un déphasage ψ commun aux rayons ordinaire et extraordinaire (dû à la traversée de la cuve) et du déphasage supplémentaire φ, on obtient :

$$\boxed{\vec{E}_2 = \frac{E_0}{\sqrt{2}}\cos(\omega t - kz - \psi)\vec{e}_x + \frac{E_0}{\sqrt{2}}\cos(\omega t - kz - \psi + \varphi)\vec{e}_y}$$

• L'analyseur (P_2) ne va laisser « passer » que les projections des composantes du champ $\vec{E}_2$ sur son axe optique (Δ_2) ; or $\vec{e}_x$ et $\vec{e}_y$ font un angle de 45° avec (Δ_2), d'où :

$\vec{E}_3 = \left[\dfrac{1}{\sqrt{2}} \times \dfrac{E_0}{\sqrt{2}}\cos(\omega t - kz - \psi') + \dfrac{1}{\sqrt{2}} \times \dfrac{E_0}{\sqrt{2}}\cos(\omega t - kz - \psi' + \varphi)\right]\vec{i}$ ($\vec{i}$ = vecteur unitaire à 45° de Ox)

$$\Rightarrow \quad \boxed{\vec{E}_3 = \frac{E_0}{2}\left[\cos(\omega t - kz - \psi') + \cos(\omega t - kz - \psi' + \varphi)\right]\vec{i}}$$

4) Sachant que $\langle \cos^2(\omega t - kz)\rangle_t = 1/2$, il vient : $\boxed{I_1 = \alpha \times \dfrac{1}{2} \times \left[\left(\dfrac{E_0}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\dfrac{E_0}{\sqrt{2}}\right)^2\right] = \dfrac{\alpha E_0^2}{2}}$

• On a :

$$I_3 = \frac{\alpha E_0^2}{4}\left\langle \cos^2(\omega t - kz - \psi') + \cos^2(\omega t - kz - \psi' + \varphi) + 2 \times \cos(\omega t - kz - \psi')\cos(\omega t - kz - \psi' + \varphi)\right\rangle_t$$

$$\Rightarrow \quad I_3 = \frac{\alpha E_0^2}{4} \times \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{2} \times \left\langle \cos(2\omega t - 2kz - 2\psi' + \varphi) + \cos\varphi \right\rangle_t\right] = \frac{\alpha E_0^2}{4}(1 + \cos\varphi) \quad \Rightarrow$$

$$\boxed{I_3 = \frac{I_1}{2}(1 + \cos\varphi)}$$

• Par ailleurs, on sait que $\varphi = 2\pi k e\left(\dfrac{U}{d}\right)^2 = \pi\left(\dfrac{U}{U_1}\right)^2 \Rightarrow$ $\boxed{I_3 = \dfrac{I_1}{2}\left[1 + \cos\left(\pi\dfrac{U^2}{U_1^2}\right)\right]}$

5) La fonction $1+\cos x$ a une pente maximum (en valeur absolue) en $x = p/2$ $\Rightarrow$ il s'agit d'une valeur de tension U_0 telle que : $p\dfrac{U_0^2}{U_1^2} = \dfrac{p}{2}$ $\Rightarrow$ $U_0 = \dfrac{U_1}{\sqrt{2}}$ $\Rightarrow$ $I_3 = \dfrac{I_1}{2}\left[1+\cos\left(\dfrac{p}{2}\times\dfrac{U^2}{U_0^2}\right)\right]$

• On peut alors passer aux développements limités :

$$\frac{U^2}{U_0^2} = \left(1+\frac{u(t)}{U_0}\right)^2 \simeq 1+2\frac{u(t)}{U_0} \Rightarrow \cos\left(\frac{p}{2}\times\frac{U^2}{U_0^2}\right) \simeq \cos\left[\frac{p}{2}\left(1+2\frac{u(t)}{U_0}\right)\right] = -\sin\left(p\,\frac{u(t)}{U_0}\right) \simeq -p\,\frac{u(t)}{U_0} \Rightarrow$$

on trouve bien :

$$\boxed{I_3(t) \simeq \frac{I_1}{2}\left(1-p\,\frac{u(t)}{U_0}\right)}$$

• On peut donc moduler de façon **linéaire** l'intensité d'un faisceau lumineux, ceci de manière très rapide : on peut obtenir des périodes de modulation de l'ordre de la nanoseconde.

Rq : on peut également fabriquer des **obturateurs** extrêmement rapides ; il suffit que le déphasage j varie de à p, donc que la tension $U(t)$ varie de à U_1 (une tension en créneaux de très haute fréquence fera l'affaire…).